

СЕКЦІЯ XVII. ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНІ НАУКИ

МЕТОД ОПТИМАЛЬНОГО РОЗБИТТЯ МНОЖИН ДЛЯ ВИБОРУ ІНФОРМАТИВНИХ ТОЧОК ВИМІРЮВАННЯ НА ПЛОЩИНІ

Магас Олексій Сергійович

ORCID ID: 0000-0001-8579-4839

асистент кафедри обчислювальної математики та математичної кібернетики
Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара, Україна

При використанні інструментів та методів ідентифікації систем суттєвим є вибір точок вимірювання з метою забезпечення адекватності обраної моделі, а також заданих обмежень на кількість таких точок. Оскільки процес спостереження в режимі online не завжди дозволяє використовувати всі наявні точки вимірювання, необхідно визначити координати найінформативніших з них.

Для розв'язання задачі за основу було взято метод оптимального розбиття множин, викладений у роботі [1]. Спочатку розглядається метод для неперервного випадку з подальшим переходом до аналогічної дискретної задачі. На відміну від роботи [2], де описано алгоритм розв'язання цієї задачі для випадку нейронної мережі, розглянемо більш загальний випадок на площині точок вимірювання.

Позначимо вектор-функцію ідентифікації $H = \{H_p(x, w)\}_{p=\overline{1, P}}$, вектор вимірювання $x = \{x_i \in \Omega\}_{i=\overline{1, N}}$, вектор параметрів $w = \{w_j\}_{j=\overline{1, V}}$ та область $\Omega = \{x: x = (x^{(1)}, x^{(2)}) \in \mathbb{R}^2\}$, яка є обмеженою та вимірюваною за Лебегом множиною координат точок вимірювання. Нехай для w_j також можна задати функцію $I(j) \in \overline{1, N}$, яка визначає від якого індексу компоненти вимірювання x_i залежить параметр w_j .

Розглянемо можливе розбиття області Ω як сукупність вимірюваних за Лебегом підмножин $\{\Omega_1, \Omega_2\}$, причому

$$mes(\Omega_1 \cap \Omega_2) = 0, \quad \Omega_1 \cup \Omega_2 = \Omega,$$

$$S_1 + S_2 = S, \quad \int_{\Omega_1} dx = S_1, \quad \int_{\Omega_2} dx = S_2, \quad \int_{\Omega} dx = S$$

Тут Ω_1 – множина задіяних точок вимірювання; Ω_2 – множина виключених точок вимірювання; $mes(\cdot)$ – міра Лебега; $S_1, S_2, S \geq 0$ – розміри відповідних областей; інтеграли приймаються у розумінні Лебега.

Необхідно знайти вектор вимірювання $x^* = \{x_k^* \in \Omega\}_{k=\overline{1, K}}$, який складається із найбільш інформативних компонент вектора вимірювання x та забезпечує найменшу похибку процесу ідентифікації. Позначимо множину індексів точок вимірювання $\tilde{K} \subset \overline{1, N}$ розміром $|\tilde{K}| = K < N$. Тоді у векторі параметрів w необхідно покласти значення відповідних компонентів $w_j = 0$ таким чином, щоб H_p не залежала від x_i , причому $i \notin \tilde{K}$.

Нехай w^* – вектор параметрів w із відповідними нульовими незадіяними найменш інформативними компонентами. Тоді залежність $H(w^*)$ представимо у вигляді відрізка ряду Тейлора

$$H(w^*) = H(w) + \left. \frac{\partial H}{\partial w} \right|_{w^*} (w^* - w)$$

$$\partial_e \left. \frac{\partial H}{\partial w} \right|_{w^*} = \left\{ \frac{\partial H_i}{\partial w_j} \right\}_{P \times V} = \{h_{ij}\}_{P \times V} - \text{матриця Фреше розмірністю } P \times V.$$

Позначимо нев'язку функції H у випадку переходу від повного вектора параметрів w до вектора параметрів w^* як

$$R(w^*) = \sum_{p=1}^P |H_p(w^*) - H_p(w)| = \sum_{p=1}^P \left| \sum_{j=1}^V h_{pj} (w_j^* - w_j) \right|$$

Розглянемо розбиття області Ω як сукупність підмножин $\{\Omega_i^e\}_{i=\overline{1,N}}$:

$$mes(\cap_{i=1}^N \Omega_i^e) = 0, \cup_{i=1}^N \Omega_i^e = \Omega, x_i \in \Omega_i^e$$

Введемо дискретну характеристичну вектор-функцію $\mu = \{\mu_i\}_{i=\overline{1,N}}$:

$$\mu_i = \begin{cases} 1, & \text{якщо } \Omega_i^e \in \Omega_1 \\ 0, & \text{якщо } \Omega_i^e \in \Omega_2 \end{cases}$$

Тоді нев'язку можна записати у вигляді

$$R(w^*) = \sum_{p=1}^P \left| \sum_{j=1}^V h_{pj} \mu_{I(j)} w_j \right| \leq \sum_{i=1}^N \mu_i \sum_{p=1}^P \left| \sum_{j=1}^V h_{pj} w_j \right| = r(w^*)$$

$$r_i = \sum_{p=1}^P \left| \sum_{j=1}^V h_{pj} w_j \right|, i = \overline{1,N}$$

Розглянемо всі можливі комбінації характеристичної вектор-функції μ як множину $\tilde{\mu}$, причому $|\tilde{\mu}| = C_N^K$. Тоді розв'язок у дискретному вигляді можна віднайти як

$$\mu^* = \arg \min_{\mu \in \tilde{\mu}} \sum_{i=1}^N \mu_i r_i$$

З урахуванням результатів неперервної постановки [2] остаточний розв'язок можна записати як

$$\mu_i^* = \begin{cases} 1, & \text{якщо } r_i + \varphi^* > 0, \text{ тоді } \Omega_i^e \in \Omega_1 \\ 0, & \text{якщо } r_i + \varphi^* < 0, \text{ тоді } \Omega_i^e \in \Omega_2 \end{cases}$$

Або більш компактно як

$$\mu_i^* = \frac{1 + \text{sign}(r_i + \varphi^*)}{2}, i = \overline{1,N}$$

де φ^* визначається як

$$\sum_{i=1}^N \text{sign}(r_i + \varphi^*) = 2K - N$$

Тепер достатньо обчислити значення r_i , упорядкувати їх за зростанням та сформувати впорядковану множину індексів $Q = \{q_i\}_{i=1, \dots, N}$. Після цього сформувати множину $\tilde{K}$, яка складається з перших K індексів впорядкованої множини Q , та вектор x^* , який складається з компонент, індекси яких представлені множиною $\tilde{K}$. Підхід до визначення інформаційних точок вимірювання описаний послідовністю дій на схемі (рис.1).

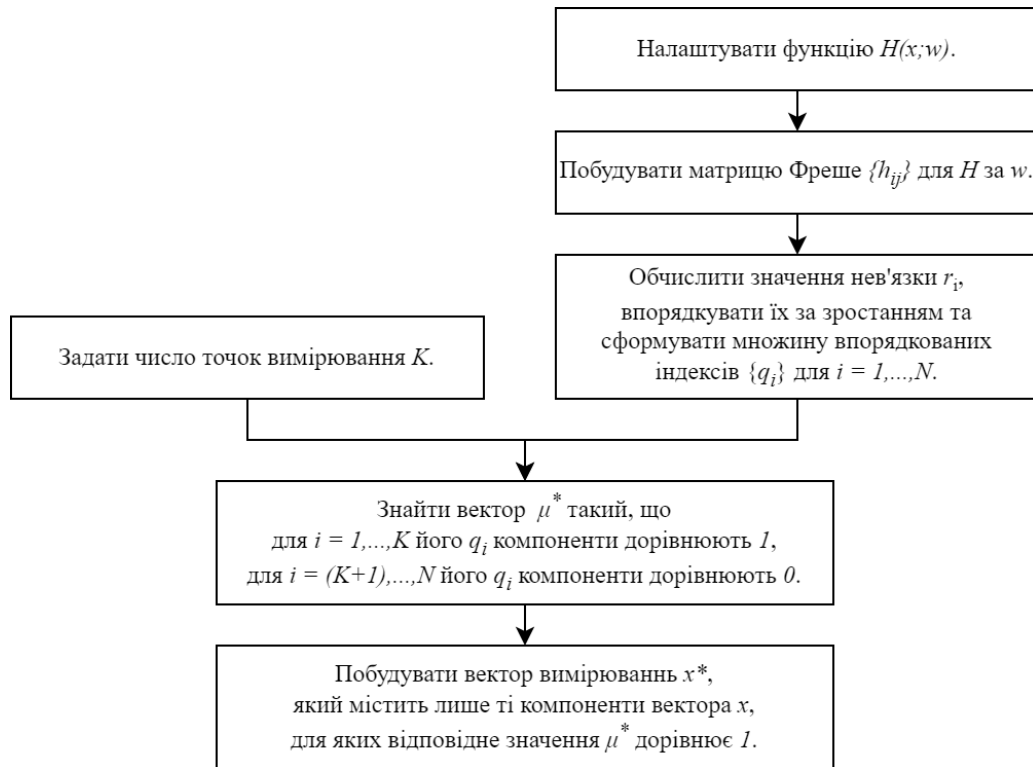


Рис. 1. Схема підходу до визначення інформаційних точок виміру

Висновки. Узагальнено алгоритм побудови вектора вимірювання функції ідентифікації на площині точок. Результати його застосування для випадку використання нейронної мережі при розв'язанні задачі ідентифікації параметрів функції навантаження продемонстровано у роботі [2], де він показав суттєве зменшення кількості компонент вектора вимірювання при достатньому збереженні якості ідентифікації.

Список використаних джерел:

1. Киселева Е. М., Шор Н. З. Непрерывные задачи оптимального разбиения множеств: теория, алгоритмы, приложения. – Киев: Наук. думка, 2005. – 564 с.
2. Ободан Н. І. Вибір інформативних параметрів входу для інверсних нейромережових моделей спостережуваних систем / Н. І. Ободан, Н. А. Гук, О. С. Магас // Математичні методи та фізико-механічні поля. - 2016. - Т. 59, № 2. - С. 152-160.