ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДУ ДИНАМІЧНОГО ПРОГРАМУВАННЯ ДЛЯ ЗАДАЧІ ПІДРАХУНКУ ШЛЯХІВ ПРИ НАЯВНОСТІ ПЕРЕПОН

Дуло Віктор Вікторович
ORCID ID: 0000-0002-2699-6753
аспірант
ДВНЗ "Ужгородський національний університет", Україна

Бобик Єгор Володимирович
аспірант
ДВНЗ "Ужгородський національний університет", Україна

Єрмаков Владислав Олександрович
аспірант
ДВНЗ "Ужгородський національний університет", Україна

Метод динамічного програмування пристосований до операцій, в яких процес ухвалення рішення розбивається на окремі етапи (кроки). Такі операції називаються багатокроковими. Він є практичним методом оптимізації і широко використовується в прикладному програмуванні. Велика кількість його модифікацій застосована і в олімпіадному програмуванні [1]. Метод динамічного програмування в списку тем на різного роду літніх щколах з програмування [2], проведення яких перейшла в дистанційний режим при пандемії [3]. Задачі, які пов'язані з відшуканням шляхів добре відомі, особливо задача комівояжера [4]. Але постійно появляються модифікації цих задач, які модифікують і підхід до їх розв'язання, зберігаючи при цьому основу методу – принцип оптимальності Беллмана.

Розглянемо одну із відомих задач, пов'язаних з підрахунком шляхів, добавивши в умову наявність перепон.

Дано сітку, яка складається з *(R+1)*-ої горизонтальних та *(S+1)*-ої вертикальних ліній (рис. 1). Нехай лівий верхній кут має координату (0; 0), а правий нижній – координату *(R; S)*. Робот спочатку знаходиться в точці (0; 0). Може рухатись лише або вправо, або вниз і лише по лініям сітки. Для сітки відомо і число перепон *K*, які знаходяться у вузлах сітки. На рисунку зображено дві перешкоди, які мають координати (1, 2) та (2, 0).

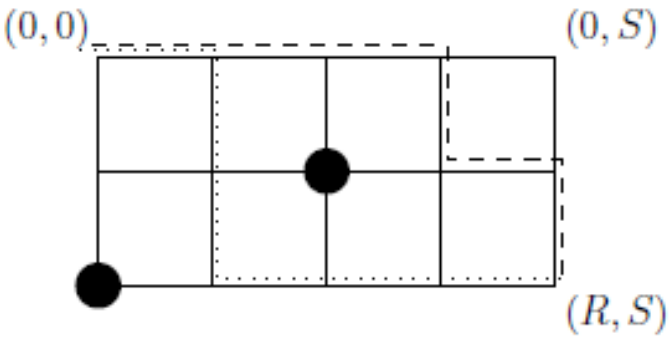

Рис. 1. **Сітка прикладу та два з п'яти варіантів руху робота з лівої верхньої вершини в праву нижню**

Потрібно визначити скількома різними варіантами робот може попасти з лівої верхньої вершини в праву нижню. Проходити через вузол, який містить перепону не можна.

Запропонуємо ефективний алгоритм розв'язання цієї задачі з використанням методу динамічного програмування. Він буде складатися з таких кроків.

1. Відсортуємо перепони за зростанням значення r_i+s_i, де (r_i, s_i) – координата i-ої перепони.

2. Рахуємо кількість способів проходження до i-ої перепони (звісно, не проходячи через клітинки з попередніми перепонами) за принципом:

$$Z(i) = C_{r_i}^{r_i+s_i} + \sum_{j<i} Z(j)\, C_{r_i-r_j}^{r_i-r_j+s_i-s_j}. \qquad (1)$$

3. Ставимо значення правого нижнього кутка, як $r_{K+1}=R$, $s_{K+1}=S$. Відповідно, відповіддю у наведеній задачі буде $Z(K+1)$.

При цьому кількість операцій буде становити порядку

$$O\big(K^2 + K(2R+2S)\big).$$

Відмітимо, що при прямого підходу із застосуванням принципу включення-виключення потрібно порядку $O(2^K \cdot K)$ операцій, що для великих значень K є дуже часозатратно.

Описаний підхід ефективно розв'язує наведену задачу. Є ряд прийомів [5], які дозволять пришвидшити програмну реалізацію цього розв'язку. Особливо швидкість роботи програми зросте, якщо табулювати значення факторіалів. Для великих значень розмірностей сітки це пришвидшення дозволяє збільшити час виконання в сотні і більше разів.

Список використаних джерел:

1. Горошко Ю.В., Міца О.В., Мельник В.І. Методичні підходи до розв'язування олімпіадних задач з інформатики. Інформаційні технології і засоби навчання, 2019, Том 71, №3. С. 40-52.
2. Літня школа з програмування: Матеріали лекцій, умови та розбір задач 2017-2019 рр. / За ред. Сергія Вапнічного, Олександра Міци, Сергія Оришича. Ужгород: Рік-У, 2020. 336 с.
3. Мица О., Орышич С., Заркуа Т., Вапничный С., Горошко Ю. Особенности проведения летней школы по программированию в условиях пандемии. Transactions. Georgian Technical University. Automated Control Systems. Tbilisi. Vol.1.1. № 1(32). 2021. pp. 48–51.
4. Міца О.В., Оришич С.С., Дуло В.В. Аналіз ефективності динамічного підходу розв'язання задачі комівояжера. XI Міжнародна наукова Інтернет-конференція "Національна безпека у фокусі викликів глобалізаційних процесів в економіці". 7-8 грудня 2021 року, Ukraine-Slovakia. С. 20-22.
5. Міца О.В., Стецюк П.І., Левчук О.М., Пецко В.І., Повхан І.Ф. Про пришвидшення оптимізаційних методів для задачі синтезу багатошарових оптичних покриттів. Проблеми управління та інформатики. №6. 2021. С. 13-16.