

СЕКЦІЯ XIV. ЗАГАЛЬНА МЕХАНІКА ТА МЕХАНІЧНА ІНЖЕНЕРІЯ

ПОРІВНЯННЯ КІНЕМАТИЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ДВОХ СХЕМ РЕАЛІЗАЦІЇ ДВОКООРДИНАТНОГО МЕХАНІЗМУ ПАРАЛЕЛЬНОЇ СТРУКТУРИ

Кропівний Олександр Олександрович

ORCID ID: 0000-0002-6445-092X

аспірант

Центральноукраїнський національний технічний університет, Україна

Гречка Андрій Іванович

ORCID ID: 0000-0003-1188-7412

канд. техн. наук, доцент, завідувач кафедри
машинобудування, мехатроніки і робототехніки

Центральноукраїнський національний технічний університет, Україна

Кириченко Андрій Миколайович

ORCID ID: 0000-0002-4335-9588

Д-р. техн. наук, професор, проректор з науково-педагогічної роботи
Центральноукраїнський національний технічний університет, Україна

Механізми паралельної структури з вихідним органом, що виконаний як ланка поворотного шарнірного паралелограму [1, 2], викликають особливий інтерес завдяки своїй простоті та можливості побудови обладнання для трикоординатної обробки з використанням додаткового пристрою подачі [3]. В попередній роботі [4] було розглянуто кінематичні залежності механізму [5], в якому шарніри штанг змінної довжини кріпляться не до нерухомої станини, а до поворотних важелів, кут повороту яких узгоджений з поворотом шарнірного паралелограму з вихідним органом. Викликає особливий інтерес порівняння зазначених двох схем виконання механізму з метою визначення різниці у величині переміщень вихідного органу при одних і тих же величинах зміни довжин приводних штанг.

Встановлені у роботі [4] математичні залежності прямої кінематичної задачі для механізму паралельної структури з поворотним кріпленням шарнірів штанг змінної довжини дозволяють визначити координати розташування вершини інструменту. Для збереження відповідності порівняних механізмів пропонується визначити аналогічні математичні залежності з внесенням необхідних змін у схему розв'язку прямої кінематичної задачі: застопорити важелі S у положенні, в якому вони будуть продовженням віддалень K центра повороту поворотного важеля кріплення шарніру штанги змінної довжини відносно центра повороту шарнірного паралелограма з вихідним органом. Така схема показана на рис. 1.

Опис схеми аналогічний наведеному у роботі [4]. На вказаній схемі приймаємо

розташування осі X суміщеним з вектором подачі робочого столу, на якому розміщена деталь, що обробляється. Додатнім напрямком цієї осі буде такий, за якого рух робочого столу буде відбуватися від поворотного шарнірного паралелограму. Вісь Z , як прийнято, спрямуємо вздовж осі шпинделя з додатнім напрямком від площини робочого столу. Відповідно вісь Y спрямуємо перпендикулярно до осей X і Z з утворенням правої декартової системи координат. Початок прийнятої системи координат розмістимо у точці перетину осі обертання поворотної стійки, яка є паралельною осі шпинделя у шарнірному паралелограмі, з площиною робочої поверхні стола. Увесь механізм приймаємо симетричним відносно осі Z .

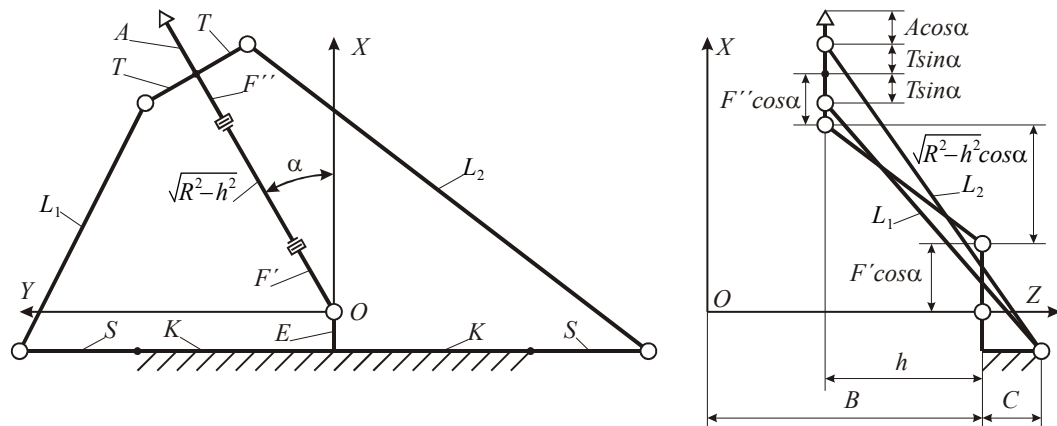


Рис. 1. Схема до розв'язку прямої кінематичної задачі з нерухомими відрізками S

Довжини штанг змінної довжини позначимо як L_1 і L_2 . Плече шарнірного паралелограма, що поєднує поворотну стійку і шпиндельний вузол, розбиваємо на дві частини, позначивши F ту складову плеча, яка залишатиметься паралельною площині робочого столу. Відповідно R позначимо частину плеча між двома петлями. Оскільки петлі не суміщені з осями шпиндельного вузла і поворотної стійки, то виходить, що складова F розкладається на дві частини, де F' відповідає частині, що прикріплена до поворотної стійки, F'' – до шпиндельного вузла.

Як правило, конструкція механізму передбачає, що центри шарнірів штанг змінної довжини, що кріпляться до шпиндельного вузла, не збігаються в одну точку та знаходяться на певному віддаленні від площини, що проходить через осі поворотної стійки і шпинделя. Довжину такого віддалення позначимо T . Кут повороту шарнірного паралелограма відносно осі Z у площині XOY позначимо α . Додатній напрямок кута α співпадає з додатнім напрямком осі Y . Відрізок E відповідає виносу осі поворотної стійки відносно площини, що проходить через відрізки K і S . Величиною h позначимо зміщення центру шарніру кріплення штанги змінної довжини на шпиндельному вузлі відносно положення, коли складова плеча R буде рівнобіжною площині XOY . Відрізок A відповідає відстані від осі шпинделя до точки перетину відрізків T з площиною, яка проходить через згадану вісь та вісь поворотної стійки.

Запишемо рівняння для визначення довжини L_1 :

$$L_1^2 - (h + C)^2 = \left(K + S - T \cos \alpha - \left(\sqrt{R^2 - h^2} + F \right) \sin \alpha \right)^2 + \left(\left(\sqrt{R^2 - h^2} + F \right) \cos \alpha + E - T \sin \alpha \right)^2. \quad (1)$$

Після перетворень, аналогічних у роботі [4], маємо:

$$L_1^2 - (h + C)^2 = (K + S)^2 + 2(K + S)T \cos \alpha + T^2 - 2(K + S)(\sqrt{R^2 - h^2} + F) \sin \alpha + (\sqrt{R^2 - h^2} + F)^2 + 2E(\sqrt{R^2 - h^2} + F) \cos \alpha + E^2 - 2ET \sin \alpha. \quad (2)$$

Запишемо рівняння для визначення довжини L_2 :

$$L_2^2 - (h + C)^2 = (K + S - T \cos \alpha + (\sqrt{R^2 - h^2} + F) \sin \alpha)^2 + ((\sqrt{R^2 - h^2} + F) \cos \alpha + E + T \sin \alpha)^2. \quad (3)$$

Після перетворень, аналогічних у роботі [4], маємо:

$$L_2^2 - (h + C)^2 = (K + S)^2 - 2(K + S)T \cos \alpha + T^2 + 2(K + S)(\sqrt{R^2 - h^2} + F) \sin \alpha + (\sqrt{R^2 - h^2} + F)^2 + 2E(\sqrt{R^2 - h^2} + F) \cos \alpha + E^2 + 2ET \sin \alpha. \quad (4)$$

Порівнявши рівняння (2) і (4) та перенісши в праву частину кожного з них ті члени, які мають однакові величину і знак, прирівняємо їх ліві частини отримаємо залежність між $\sin \alpha$ та величиною h :

$$\sin \alpha = \frac{L_2^2 - L_1^2}{4((K + S)(\sqrt{R^2 - h^2} + F) + ET)}. \quad (5)$$

Підставляємо вираз (5) до рівняння (1). Враховуючи залежність $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha$, отримуємо тотожність для знаходження величини h :

$$L_1^2 - (h + C)^2 = \left(K + S - T \sqrt{1 - \left(\frac{L_2^2 - L_1^2}{4((K + S)(\sqrt{R^2 - h^2} + F) + ET)} \right)^2} - \frac{(L_2^2 - L_1^2)(\sqrt{R^2 - h^2} + F)}{4((K + S)(\sqrt{R^2 - h^2} + F) + ET)} \right)^2 + \left((\sqrt{R^2 - h^2} + F) \sqrt{1 - \left(\frac{L_2^2 - L_1^2}{4((K + S)(\sqrt{R^2 - h^2} + F) + ET)} \right)^2} + E - \frac{(L_2^2 - L_1^2)T}{4((K + S)(\sqrt{R^2 - h^2} + F) + ET)} \right)^2. \quad (6)$$

Аналітичний розв'язок рівняння (6) відносно h ускладнений, тому будемо користуватися числовими методами розв'язку.

Визначена величина кута α дозволить легко розрахувати координату вершини інструменту вздовж осі Y на рівні величини заниження h :

$$y = (\sqrt{R^2 - h^2} + F + A) \sin \alpha.$$

Визначення величини h дає можливість розрахувати координату вершини інструменту вздовж осі Z :

$$z = B - h.$$

Переміщення робочого столу повністю відповідає координаті вздовж осі X .

Після розв'язку прямої кінематичної задачі можна оцінити різницю в величинах координати Δy (рис. 2) горизонтального переміщення вихідного органу і величини Δh (рис. 3) вертикального його переміщення при одночасній зміні довжин штанг L у випадку функціонування механізму з поворотом плечей S на кут α та зі сталим їх положенням колінеарно відрізкам K .

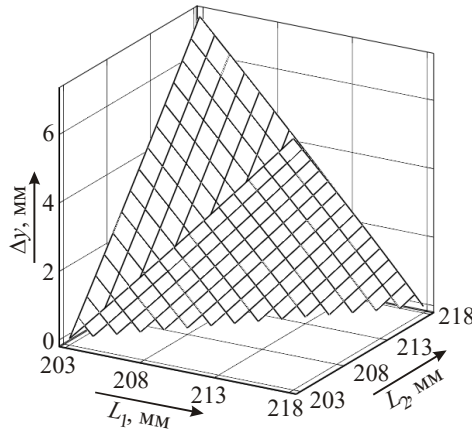


Рис. 2. Різниця Δy горизонтального переміщення вихідного органу від зміни довжин штанг L_1 і L_2

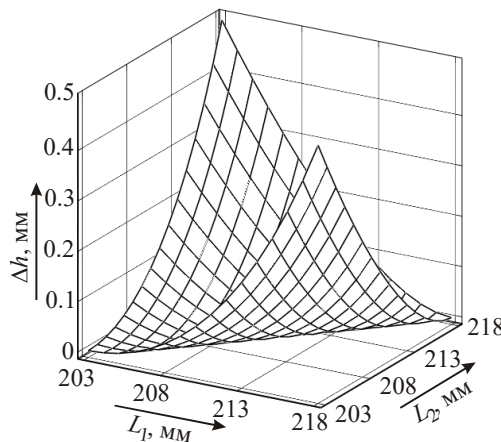


Рис. 3. Різниця Δh вертикального переміщення вихідного органу від зміни довжин штанг L_1 і L_2

З графіків на рисунках 2 і 3 видно, що додатковий поворот плечей S забезпечує більшу величину переміщень шпindelного вузла у порівнянні зі сталим положенням зазначених плечей. Особливо це стосується горизонтального переміщення вихідного органу вздовж осі Y , де різниця доходить до 7 мм при діапазоні зміни штанг в 15 мм. Різниця у вертикальному переміщенні вихідного органу майже непомітна і становить всього до 0,5 мм за аналогічного діапазону зміни штанг. При збільшенні діапазону зміни довжин штанг різниця в переміщеннях шпindelного вузла за представлених схем реалізації механізму зростатиме ще більше. За однакових значень довжин штанг, коли за кожної з представлених схем реалізації механізму плечі S будуть колінеарними відрізкам K , різниці у переміщеннях вихідного органу немає, що підтверджує правильність математичних викладок.

Список використаних джерел:

1. Кузнецов Ю.Н., Дмитриев Д.А., Диневич Г.Е.. Компонировки станков с механизмами параллельной структуры / Под ред. Ю.Н. Кузнецова. Херсон: ПП Вишемирський В.С., 2010. 471 с.
2. Xin-Jun Liu, Jinsong Wang. Parallel Kinematics: Type, Kinematics, and Optimal Design. Springer Science & Business Media, 2014. 309 p.
3. Верстат: пат. на кор. мод. 35361 Україна: МПК В23В 41/00. № у 2008 05562; заявл. 29.04.2008; опубл. 10.09.2008, Бюл. № 17.
4. Кропівний О.О. Кінематичні залежності двокоординатного механізму паралельної структури з поворотним кріпленням шарнірів штанг змінної довжини / О.О. Кропівний, А.І. Гречка, А.М. Кириченко, К.К. Щербина // Центральноукраїнський науковий вісник. Технічні науки: зб. наук. пр. – Кропивницький: ЦНТУ, 2022. – Вип. 5 (36). – Ч. 2. – С. 22-30.
5. Верстат з паралельною кінематикою : пат. на кор. мод. 148653 Україна : МПК В23В 41/00. № у 2021 01754 ; заявл. 05.04.2021 ; опубл. 01.09.2021, Бюл. № 35.