

СЕКЦІЯ XV. ЗАГАЛЬНА МЕХАНІКА ТА МЕХАНІЧНА ІНЖЕНЕРІЯ

ДО ЧИСЕЛЬНОГО РОЗВ'ЯЗКУ СТІЙКОСТІ РІВНОВАГИ ЕЛІПСОЇДАЛЬНОЇ ОБОЛОНКИ ПРИ ОБЕРТАННІ

Бєлова Марина Олександрівна

ORCID ID: 0000-0003-0546-8094

канд. фіз.-мат. наук, доцент, доцент кафедри вищої та прикладної математики
Державний торговельно-економічний університет, Україна

Зацікавленість до задач стійкості і коливань тонких оболонок, що обертаються, обумовлено необхідністю ретельного вивчення режимів експлуатації оболонкових систем ряду конструкцій техніки, великою кількістю прикладних напрямків, які використовуються в карабельних привідних установках, турбинах авіаційних двигунів, енергетичних установках.

При стаціонарному обертанні навколо нерухомої осі тонких осесиметричних оболонок можуть мати місце випадки їх неосесиметричної втрати стійкості. У зв'язку з цим в даній роботі поставлена та вирішена задача про визначення значень критичних швидкостей обертання еліпсоїдальних оболонок, пов'язаних із втратою стійкості прямолінійності їх осів, викликаних дією позиційних сил інерції.

При обчисленні сили інерції враховується, що її величина залежить від положення елемента щодо осі обертання і тому вона є позиційною [1]. Тоді контраваріантні компоненти вектора розраховуються, приймаючи до уваги зміну відстані від осі обертання до розглянутого елемента, викликану його пружним зсувом, а також зміну кутів повороту елемента поверхні оболонки, обумовлених пружними деформаціями, що приводять до зміни орієнтації сили інерції по відношенню до місцевої нормалі.

У результаті виконання векторних операцій контраваріантні компоненти вектора прискорення обчислюються за формулами:

$$\begin{aligned} a^1 &= -\omega^2 r \sin(\varphi + \vartheta_1^*) / \sqrt{a_{11}}, \\ a^2 &= -\omega^2 u_2 / a_{22} + \omega^2 r \cos \varphi \cos(\pi/2 + \vartheta_2^*) / \sqrt{a_{22}}, \\ a^3 &= \omega^2 r \cos(\varphi + \vartheta_1^*) + \omega^2 u_1 \sin \varphi \cos \varphi / \sqrt{a_{11}} - \omega^2 u^3 \cos^2 \varphi, \end{aligned} \quad (1)$$

де φ - кут між дотичною до утворюючої оболонки і віссю обертання;
 $\vartheta_1^*, \vartheta_2^*$ - фізичні складові кута повороту.

Розглянемо задачу про чисельне дослідження стійкості рівноваги тонкої еліпсоїдальної оболонки при обертанні. Прийнемо, що оболонка обертається разом із системою $Oxuz$ і одна з її основ жорстко зв'язана з площиною Oxy . На серединній поверхні оболонки введемо ортогональну криволінійну систему координат $Ox^1x^2x^3$, у якій координатна лінія x^1 лежить в утворюючому перетині, x^2 спрямована в окружному напрямку, x^3 - по внутрішній нормалі до поверхні оболонки.

Неосесиметричний рівноважний стан оболонки, що обертається при закритичних значеннях кутової швидкості опишемо геометрично нелінійними рівняннями статички в загальному вигляді. Зв'язок між контраваріантними компонентами функцій внутрішніх сил T^{ij} та моментів M^{ij} та коваріантними складових функцій деформації ε_{ij} та зміни кривизни μ_{ij} задамо співвідношенням:

$$\begin{aligned} T^{ij} &= Eh\varepsilon_{\alpha\beta}(a^{ij}a^{\alpha\beta} + (1-\nu)a^{i\alpha}a^{j\beta})/(1-\nu^2), \\ M^{ij} &= Eh^3\mu_{\alpha\beta}(a^{ij}a^{\alpha\beta} + (1-\nu)a^{i\alpha}a^{j\beta})/12(1-\nu^2) \end{aligned} \quad (2)$$

Побудуємо лінеаризовану систему однорідних рівнянь в загальному випадку, яка може мати многостатність нетривіальних рішень, форми яких періодичні по окружній координаті x^2 з номером гармоніки n ($n=0, 1, 2, 3, \dots$) [2].

Розв'язок задачі про втрату стійкості осесиметричної форми оболонки при обертанні будемо шукати в лінеаризованій постановці в два етапи. На першому етапі будемо визначати осесиметричний напружено-деформований стан оболонки під дією відцентрових осесиметричних сил інерції при обраному значенні ω . На другому етапі будемо будувати однорідну систему рівнянь нейтральної рівноваги, лінеаризованих в околі стану простого обертання. Власні значення і власні вектори цієї системи є критичними значеннями швидкості обертання і форми втрати стійкості. Інтегрування здійснюємо методом початкових параметрів, при цьому для побудови відповідних часткових розв'язків застосовується метод Рунге-Кутта четвертого порядку разом із методом ортогоналізації. Значення невідомих початкових параметрів обчислюються розв'язанням системи лінійних алгебраїчних рівнянь, що впливають із граничних умов на другому краю оболонки. Виродження матриці коефіцієнтів цієї системи відповідає критичним режимам обертання, оскільки розрахункові значення амплітуди коливань у цих випадках прямують до нескінченності [3].

При дослідженнях обрані наступні значення визначальних параметрів: півоси оболонки $a = 0,4$ м та $b = 0,4$ м; товщина $h=0,00011$ м; модуль пружності матеріалу $E = 2,1 \cdot 10^{11}$ Па; коефіцієнт Пуассона $\nu = 0,3$. Діаметр d кругового контуру, жорстко приєднаного до твердого тіла, і відстань S між круговими контурами оболонки варіювалися. Відмітимо, що найменшою критичною швидкістю $\omega_{кр}=38\text{с}^{-1}$ володіє еліпсоїдальна оболонка, що має розміри $d=0,004$ м и $S=0,7$ м. Із зменшенням значення S еліпсоїдальної оболонки величина критичної швидкості зростає.

Чисельними дослідженнями підтверджено, що тонкі оболонки, що обертаються можуть втратити стійкість стаціонарного обертання за формою першої гармоніки.

Список використаних джерел:

1. Давидянц Т.Р. & Белова М.О. (2003) Розщеплення кратних частот вільних коливань ротора на пружному валу. Вісник НТУ, ТАУ, (8), 443-447.
2. Meish V.F. & Maiborodina N.V. (2018) Stress State of Discretely Stiffened Ellipsoidal Shells under a Nonstationary Normal Load. International Applied Mechanics, 54(6), 675 – 686.
3. Meish V.F. & Meish Y.A. & Belova M.A. (2020) Nonstationary Dynamics of Elliptic Isotropic Conical Shells Under Distributed Loads. International Applied Mechanics. 56(4), 424-431.